

*Estratto da*  
*PEDAGOGIA*  
*E*  
*VITA*

*Serie XXXIII*  
*N.*

# Lo studio della matematica dalla scuola secondaria all'università

di CARLO FELICE MANARA

1. Si potrebbe dire che il parlare dei problemi della scuola è diventato ormai un luogo comune; essi infatti sono tanti e tanto gravi che chiunque trova da farci un discorso, per poco che li consideri. Si potrebbe forse anche dire che soltanto oggi si sta prendendo coscienza della esistenza di certi problemi che in altri tempi erano meno presi in considerazione. Qualche pessimista in vena di paradossi potrebbe dire che stiamo vivendo in tempi i quali rendono, sotto certi aspetti, difficili le cose che una volta erano considerate come semplici. Sarebbe forse più giusto dire che anche « ai nostri tempi » i problemi esistevano, ma che non erano affrontati in modo metodico, perché non si sentiva l'urgenza della risoluzione, così come invece oggi la si sente, sotto la spinta di rinnovate esigenze didattiche e per il grande numero di studenti che accedono all'Università.

Fra i tanti problemi della scuola di oggi vorrei prendere in considerazione quelli che nascono dalle difficoltà dell'inserimento nella Università dei giovani che escono dalle scuole dell'ordine secondario. Non stiamo a tentare di analizzare il fenomeno ed a ricercarne le cause. Qualcuno potrebbe pensare che il grande numero di studenti che oggi si affacciano alla Università rende questa istituzione scricchiolante e quasi crollante sotto il peso dei suoi compiti didattici. Altri potrebbe pensare ad una variazione della composizione sociologica della classe studentesca, variazione che porta nelle aule universitarie dei giovani i quali non hanno dalla famiglia d'origine la preparazione implicita che una volta esisteva, e che dall'ambiente nel quale sono vissuti non hanno tratto alcuna formazione culturale ad alto livello. Altri infine potrebbe semplicemente anche pensare alla maggiore pigrizia dei giovani di oggi e al maggior numero di pretese che sono avanzate nei riguardi della scuola e della società.

Forse altre cause si potrebbero aggiungere a quelle che abbiamo brevemente ricordate qui a titolo esemplificativo piuttosto che esaustivo; quali che siano tali ragioni, sta di fatto che questi problemi oggi ven-

gono posti e debbono anche venire risolti in modo ragionevole, per non rendere ancora più precaria la situazione della Università e per rendere un servizio al paese, utilizzando al meglio le risorse intellettuali di questo e le forze della classe insegnante.

\* \* \*

2. Ci occuperemo qui dei problemi che sono posti dall'inserimento dei giovani negli studi scientifici, ed in particolare negli studi di Matematica. La cosa appare interessante per varie ragioni, che riteniamo abbastanza valide. La Matematica, infatti, appare come una delle scienze base per la civiltà scientifica di oggi; e ciò avviene, a mio parere, per un duplice ordine di ragioni: anzitutto per il fatto che il linguaggio matematico sta diventando il linguaggio base di tutta la scienza e la tecnica moderna, ed in secondo luogo perché i procedimenti della Matematica stanno diventando in certo senso il modello dei procedimenti scientifici. Volendo usare delle parole difficili, si potrebbe dire che la Matematica è una specie di metateoria delle altre scienze, e che questa sua posizione, al contempo esemplare e sussidiaria per tutto il sapere scientifico motiva da una parte la sua importanza, formativa ed informativa, e dall'altra anche certe difficoltà del suo insegnamento.

Pertanto il problema dell'inserimento del giovane studente nell'ambito dello studio della Matematica a livello universitario si presenta come un problema in certo senso esemplare per coloro i quali vogliono inserirsi nello studio delle scienze; inoltre, le particolari difficoltà che il linguaggio matematico offre a molte persone, il livello di astrazione al quale tale linguaggio costringe, l'antipatia di cui questo linguaggio viene fatto oggetto da parte di molti, portano a dare un certo ulteriore interesse a questi problemi.

Va aggiunto infine che il progetto di futura riforma universitaria fa esplicitamente menzione di corsi di orientamento delle giovani matricole che si affacciano alla Università. Vale quindi la pena di pensare ad un progetto in linea di massima per ottemperare a questa norma di legge (se mai verrà) e comunque per impostare un lavoro utile per i giovani.

\* \* \*

3. È del tutto ovvio che un progetto del tipo di quello che vogliamo esaminare deve tener conto anzitutto della situazione reale, dello stato delle cose al momento in cui ci troviamo; ma d'altra parte deve anche guardare a ciò che idealmente dovrebbe essere la formazione culturale e scientifica che ai giovani si vuole conferire.

Siamo quindi condotti naturalmente a porci alcune domande in certa misura fondamentali a proposito delle caratteristiche principali del pensiero matematico, dei fondamenti della sua metodologia e dei fini che l'insegnamento della Matematica si deve proporre.

Abbiamo detto poco fa che il linguaggio matematico si avvia a diventare il modello del linguaggio scientifico e che la metodologia matematica si avvia a diventare il modello di ogni metodologia scientifica moderna. Vogliamo ora ritornare brevemente su queste affermazioni, per poter tentare di giustificarle in parte, ed in parte per poter trarre da esse anche lo schema di azione e di comportamento per il progetto che ci interessa. Forse si potrebbero descrivere in forma breve ed approssimativa le caratteristiche del pensiero matematico dicendo che esso tende sempre più a fondarsi sul metodo assiomatico e ad utilizzare dei linguaggi artificiali.

Vogliamo anzitutto soffermarci brevemente sul metodo assiomatico; è noto che oggi si intende con questa espressione la metodologia che prescrive di enunciare esplicitamente, all'inizio della esposizione di ogni teoria, le proposizioni non dimostrate, che vengono chiamate « assiomi ». Con questo termine, ovviamente, non si vuole intendere e pretendere che le proposizioni stesse siano assolutamente incontrovertibili, secondo la vecchia accezione del termine « assioma », ancora oggi adottata nel linguaggio comune; si vuole soltanto rendere la trattazione contemporaneamente rigorosa ed astratta al massimo. Rigorosa perché, con la impostazione assiomatica, si vuole contemporaneamente rinunciare al ricorso alla « intuizione » durante il successivo svolgimento della teoria; generale perché, con la impostazione assiomatica, si ottiene una grande astrattezza, e di conseguenza si ottiene la possibilità di calare nello stesso sistema formale una grandissima quantità di casi particolari.

La Matematica ci offre moltissimi esempi di questi fenomeni: basti pensare per es. alla classica legge di dualità della Geometria proiettiva, oppure alla legge di dualità tra le operazioni di intersezione e di unione in un reticolo.

Le caratteristiche del pensiero matematico che conseguono alla adozione del metodo assiomatico sono accompagnate da altre caratteristiche, le quali danno alla Matematica una sua fisionomia particolare, anche se qualcuno potrebbe considerarle come in certo modo marginali. Vogliamo accennare alle caratteristiche che vengono alla Matematica dal fatto di usare praticamente un linguaggio artificiale, costituito da simboli che essa prende talvolta originariamente dal linguaggio comune, oppure inventa sic et simpliciter per i suoi fini.

Per convincersi di questa circostanza basta, per esempio, ricordare che i segni aritmetici delle operazioni di somma e differenza sono stati ottenuti per deformazione dalle lettere iniziali delle parole « più » e « meno », e che il segno di « integrale », a detta degli storici, è stato ottenuto dalla deformazione della lettera iniziale della parola « somma ». Potremmo forse anche ricordare le cifre arabe, oggi universalmente adottate per la rappresentazione grafica dei numeri. Si osserva subito che oggi questi simboli non recano più traccia della loro origine e vengono trattati come dei simboli artificiali, come se, nella loro forma attuale, fossero stati inventati ex novo. È da notare tuttavia che nella Mate-

matica vi è una seconda caratteristica fondamentale, strettamente correlativa alla adozione dei simboli artificiali: questa caratteristica potrebbe essere descritta dicendo che i simboli adottati vengono usati secondo una sintassi propria, che risulta totalmente staccata dal « significato » originario dei simboli stessi.

Sarebbe facile osservare a questo proposito che, per esempio, le leggi dell'Aritmetica, che abbiamo apprese da piccoli nelle scuole elementari, sono diventate presso molti di noi dei comportamenti automatici, dei quali spesso non sappiamo dare la giustificazione: le leggi sono state memorizzate, così come sono stati memorizzati i risultati della moltiplicazione di due numeri di una cifra nelle cosiddette « tabelline ».

Si potrebbe presentare la stessa osservazione in sintesi osservando che la Matematica è caratterizzata dalla esistenza di una sintassi artificiale del linguaggio che essa sta costruendo, sintassi che può diventare anche pienamente meccanica, addirittura nel senso proprio del termine, così come avviene, per esempio, quando si simbolizzano i numeri premendo i tasti di una macchina calcolatrice di tipo tradizionale e si eseguono le operazioni utilizzando le leggi delle ruote dentate che sono nell'interno della macchina. Oppure, questa « meccanicità » può essere tradotta anche in modo più raffinato, per esempio quando si simbolizzano i numeri mediante leggi dei circuiti elettrici di un calcolatore elettronico e si utilizzano le leggi stesse per l'esecuzione delle operazioni.

\* \* \*

4. Si potrebbe dire che le caratteristiche della Matematica, rilevate poco fa, fondano i suoi vantaggi nelle applicazioni alle altre scienze, ma danno anche origine alle difficoltà del suo insegnamento, ed infine anche ai suoi tranelli ed alle sue debolezze.

Vedremo in seguito di sviluppare queste osservazioni, soprattutto per quanto riguarda le conseguenze che esse hanno per la didattica. Qui ci vogliamo limitare ad osservare che — come abbiamo già accennato — in forza delle caratteristiche rilevate, la Matematica si presenta in certo modo come il quadro ideale ed esemplare per la scienza.

È facile infatti osservare che il processo di assiomatizzazione di ogni scienza che voglia essere rigorosa è più o meno avanzato, ma costituisce in ogni caso una tendenza comune. Ovviamente, nel caso delle scienze diverse dalla Matematica, non si tratta in ogni caso di assiomatizzazione assoluta e rigorosa; si tratta tuttavia di un procedimento logico, il quale di volta in volta cerca di ridurre i principi generali, le proposizioni date come non dimostrate, in modo che ne venga fatto il censimento preciso, e ne venga poi dedotta ogni conseguenza con regole note e stabilite a priori, e non invece con procedimenti che facciano appello ad una non bene identificata « intuizione ».

Per quanto riguarda poi l'utilizzazione di linguaggi artificiali da parte di ogni scienza, è anche questa una osservazione ben scontata, perché il

fenomeno è comune ed è già stato addirittura oggetto di satira durante i secoli. Tutti infatti conoscono la satira del padre « difficile », delle espressioni latine dei medici, oppure del linguaggio astruso dei giuristi. Questi fenomeni potrebbero insegnarci che ogni scienza ha bisogno di un suo simbolismo, e se lo costruisce anche quando prende dalla lingua viva o dalle lingue morte certe espressioni, che vengono tuttavia usate in sensi circoscritti e ben precisati.

Non vorremmo trattenerci più a lungo su queste osservazioni e vorremmo invece passare al più presto alla analisi della ristretta problematica didattica che costituisce il nostro argomento. Non vogliamo tuttavia tralasciare di ricordare che proprio da quello che è o dovrebbe essere il quadro ideale della Matematica e di ogni scienza si potrebbero trarre i valori che l'insegnamento della scienza nella scuola dovrebbe conferire, e questo ad ogni livello, compatibilmente — beninteso — con le possibilità degli allievi.

Tutto questo insieme di valori è stato bene presentato in un recente libro da B. Colombo, il quale limpidamente così si esprime: « Nelle aule scolastiche si favorisce il sorgere ed il consolidarsi di una attitudine metodica nella acquisizione di nuove conoscenze, nello sviluppo delle proprie capacità inventive e creative. Nella scuola si impara a porre proposizioni limpide e coerenti, a compiere processi di astrazione, a svolgere argomentazioni rigorose, a coltivare umilmente il dubbio metodico, a sentire la necessità della verifica concreta, ad immaginare modelli, ad enunciare corrette generalizzazioni, e ci si sottopone all'allenamento per razionali applicazioni a specifici casi... ». (*Proposte per la scuola dopo l'obbligo*, Bologna, Il Mulino, 1971, p. 69).

Non vorrei tralasciare di ricordare che il contributo della Matematica a questa formazione mentale risulta quindi anche, di conseguenza, un contributo alla liberazione dell'uomo; pertanto l'opera del maestro, anche nel campo della Matematica, viene ad acquisire il carattere di introduzione alla libertà, nel senso di introduzione alla critica, all'analisi delle ipotesi, al ragionamento rigoroso e controllabile passo passo; nella Matematica questo avviene proprio perché il ragionamento è espresso in linguaggi artificiali, nei quali il controllo della validità della deduzione diventa controllo del rispetto delle regole formali della sintassi dei simboli.

\* \* \*

5. È forse giunto il momento di introdurre le luci e le ombre nel quadro ideale dell'insegnamento e della formazione scientifica che abbiamo tentato di schizzare fin qui; le ombre che prenderemo in considerazione saranno quelle che derivano dalla difficoltà di saldatura tra i due ordini di scuola; la scuola dell'ordine medio e quella dell'ordine universitario.

Volendo dare di questo problema una visione approssimativa, si potrebbe dire anzitutto che nelle scuole dell'ordine medio (escluse soltan-

to alcune eccezioni) si riesce a dare della Matematica un quadro molto sommario e slegato.

Molto probabilmente la difficoltà maggiore che si presenta nell'insegnamento, a tutti i livelli, è quella che deriva dal carattere di linguaggio artificiale che ha la Matematica, e che ne costituisce una delle principali caratteristiche, come abbiamo già detto. Tale linguaggio ha una sintassi rigorosissima, e nell'insegnamento di tale sintassi si esauriscono spesso tutti gli sforzi e le fatiche dell'insegnante. È noto infatti quanta sia la fatica affrontata dal maestro elementare per insegnare le regole dell'Aritmetica, ed è noto quale sia la fatica dell'insegnante della scuola del livello medio per insegnare le regole del calcolo algebrico letterale.

Vorremmo fare a questo proposito alcune osservazioni che non pretendono di avere il carattere di originalità, ma che forse ci potranno aiutare nel seguito del nostro discorso per comprendere meglio i problemi e le soluzioni che andiamo cercando.

Se prendiamo in considerazione l'aspetto della Matematica come linguaggio, verrebbe fatto di pensare che per il suo insegnamento si debbano adottare le procedure che sono abituali per l'insegnamento delle lingue, procedure che porterebbero a insegnare le lingue mediante il loro uso, cioè porterebbero ad insegnare « parlando di qualche cosa ».

Tuttavia, va anche osservato che nelle lingue naturali vi è sempre una grande ridondanza, che rende possibile la comunicazione corretta (o almeno accettabile) senza il rispetto di tutte le regole della grammatica e della sintassi. Tale ridondanza invece non si presenta nel caso dei linguaggi artificiali, ed in particolare della Matematica; ciò porta alla necessità di insegnare la grammatica e la sintassi prima di ogni applicazione, oppure porta certamente ad una maggiore difficoltà nell'insegnare la grammatica col « parlare di qualche cosa ».

Questo fatto, insieme con l'artificialità dei simboli usati, è forse una delle ragioni principali delle difficoltà e delle ripugnanze che molte persone, del resto anche intelligenti, hanno o dicono di avere nei riguardi della Matematica.

Si tratta evidentemente di una difficoltà che è intrinseca alla cosa in sé e che difficilmente potrebbe essere rimossa con artifici didattici; è una difficoltà che dovremo tener presente, quando nel seguito penseremo alla soluzione di alcuni problemi che abbiamo in vista.

Prima di affrontare questo problema tuttavia vorremmo dire qualche parola sull'aspetto psicologico del ragionamento e dell'apprendimento della Matematica e sull'aspetto creativo di questa.

In questo ordine di idee si pone il problema della Geometria, che oggi viene « contestata » da più parti, almeno come dottrina matematica del giovane, almeno come educazione alla schematizzazione, educazione alla astrazione e soprattutto all'uso della fantasia creatrice ed all'ausilio della immaginazione al ragionamento astratto.

La Geometria, infatti, potrebbe essere svolta sia in forma tradizionale, sia in forma più moderna, più strettamente legata agli sviluppi alge-

brici. Nel primo caso allena alla astrazione ed al rigore logico formale, staccando la problematica logica dall'uso degli strumenti artificiali e quindi dalla difficoltà di acquisizione completa di questi prima delle applicazioni; nel secondo caso, se svolta con maggiore aderenza agli sviluppi dell'Algebra moderna, oppure anche soltanto alle convenzioni classiche della Geometria analitica, essa allena anche alla utilizzazione degli strumenti formali, fornendo a questi un « contenuto » che si potrebbe dire in certo senso ideale, perché quel linguaggio, di cui si diceva, sia imparato parlando, cioè sia appreso nelle sue regole e soprattutto controllato nel suo significato mentre viene applicato nei casi concreti, conoscibili e controllabili anche in altro modo.

\* \* \*

6. Ciò che abbiamo detto fin qui pone ora il problema di valutare espressamente più davvicino ciò che avviene alla presentazione della giovane matricola alla scuola universitaria. Vorrei occuparmi qui soltanto dei corsi di Matematica e di Fisica e forse (ma in minore misura) dei corsi di Ingegneria; quei corsi cioè che sono dedicati più direttamente ex professo allo studio della Matematica oppure alla utilizzazione della Matematica stessa ad alto livello.

Vediamo di fare il censimento di ciò che si presenta ai professori universitari al primo incontro con le matricole. Tale censimento dà luogo alla rilevazione di difetti, lacune ed inconvenienti, che si rifanno alla analisi degli aspetti della Matematica di cui abbiamo parlato poco fa; tale analisi troverà quindi ora la sua giustificazione, almeno in linea di massima.

Va detto tuttavia, prima di iniziare l'analisi, che con questa non intendiamo naturalmente elevare critiche alla classe insegnante, perché ci rendiamo molto bene conto delle difficoltà che questa deve affrontare per raggiungere anche soltanto lo scopo iniziale, del conferimento delle regole di sintassi del linguaggio matematico.

Il primo difetto fondamentale che si riscontra è la mancata conoscenza delle regole dell'Algebra, e quindi un'incapacità direi fisica di seguire il discorso che gli insegnanti fanno, per una impossibilità di capire i simboli, di eseguire i passaggi di calcolo, o anche solo per la mancata sicurezza nell'uso degli strumenti supposti posseduti.

È questa la lacuna più comunemente rilevata e che porta spesso ad un blocco psicologico dei ragazzi ed a frustrazione da parte degli insegnanti.

Va detto tuttavia che questa lacuna, pur essendo macroscopica e quindi più spesso rilevata, non è tale da compromettere in modo definitivo la possibilità di proseguimento degli studi del curriculum scelto, e comunque dà luogo a possibilità di interventi ben circoscritti, dei quali parleremo dopo.

Una seconda lacuna, che viene pure spesso rilevata, dà luogo ad



osservazioni molto più sfumate e indecise. Si potrebbe dire che queste osservazioni parlano spesso di mancanza di formazione scientifica o mancanza di metodo matematico nei giovani. Volendo riferirci ad alcune impressioni del tutto generiche, potremmo dire che spesso i giovani che hanno avuto certe informazioni sulla cosiddetta « Matematica moderna » pensano che la Matematica sia una specie di insieme di giochetti astratti con simboli; quelli che non hanno avuto queste informazioni credono di poter individuare l'aspetto principale della Matematica nella manovra delle formule algebriche; altri nella manovra di certe regole che sono, per esempio, quella della discussione dei problemi di II grado (malattia della « trinomite »), oppure nelle acrobazie con le formule della Trigonometria. Ben pochi hanno l'idea della corretta impostazione di una dimostrazione, del metodo del ragionare rigoroso, e soprattutto della verifica dei propri ragionamenti. Infine, ben pochi hanno una minima idea di ciò che si intende come sistema formale, cioè come sistema di puri concetti, che possono avere una infinità di realizzazioni pratiche, cioè possono essere « incarnati » in vari modi.

Per valutare appieno tale giudizio occorre dire che non si deve esagerare, perché il conferimento della formazione al metodo scientifico è uno dei compiti tipici della scuola universitaria, la quale dovrebbe far passare in seconda linea il proprio compito di informazione per badare il più possibile alla formazione metodologica.

Rimane tuttavia per la scuola media la esigenza di dare agli studenti futuri una immagine il più possibile esatta della Matematica come metodo di lavoro e come sistema di pensiero. In altre parole si potrebbe dire che ben pochi dei ragazzi che escono dalla scuola media hanno un'idea esatta di che cosa sia la Matematica e di quale sia il suo metodo. Vi è infine un terzo argomento di critica: quand'anche si verifica il caso molto raro in cui le lacune precedenti non sussistano, manca ancora una cosa alla preparazione psicologica di chi deve utilizzare la Matematica a livello universitario. Se volessimo dire in poche parole quello che intendiamo, potremmo esprimere in modo approssimativo le cose dicendo che manca l'allenamento alla ricerca, l'utilizzazione della fantasia, l'abitudine ad « inventare » le cose, ad utilizzare la induzione, a ricercare in ogni modo la soluzione, con l'esperimento, con l'analisi dei casi particolari, con la ricerca di analogie, insomma con tutti i mezzi della fantasia, che servono a realizzare quella che viene chiamata genericamente la « ricerca » nel campo della Matematica in particolare, ma anche nel campo di ogni scienza.

È del tutto evidente il fatto che queste qualità dipendono in gran parte da certe attitudini psicologiche, che non tutti hanno, anche se si tratta di persone nettamente intelligenti, ma che tuttavia posseggono altre fisionomie di intelligenza, che (si potrebbe dire) hanno il cervello che lavora secondo altri ritmi e viaggia secondo altre strade. Si potrebbe sostenere che anche questa è una lacuna molto importante per i giovani che si presentano alle soglie della Università; purtroppo, questa lacuna

è favorita dal fatto che la Geometria nel senso classico è oggi scarsamente coltivata, e con poca passione, nella scuola italiana, e riscuote soltanto scarsa attenzione, nel suo valore formativo, non soltanto dal punto di vista che abbiamo già considerato, ma anche da quest'ultimo. È chiaro infatti che la risoluzione dei problemi di Geometria elementare, o anche di Geometria proiettiva nel senso classico del termine, ha molta importanza nello sviluppo di queste attitudini, perché stimola la fantasia a lavorare, per escogitare i casi nuovi, per cercare analogie, per poter porre il problema nella posizione più generale possibile, per quanto riguarda i dati ed i risultati.

Su questo argomento è stata fatta da molto tempo un'osservazione a proposito dei compiti di maturità scientifica. Spesso in questi compiti è stata richiesta la soluzione analitica, oppure anche la soluzione sintetica di un problema, sempre geometrico. Soltanto una scarsissima percentuale, quasi inesistente, di candidati ha adottato i procedimenti della Geometria — diciamola sintetica — per la soluzione; la gran massa, la quasi totalità, si è imbarcata nella soluzione analitica, compresa la discussione fatta a macchina secondo le prescrizioni più comuni della « trinomite »; e ciò anche se a volte soluzione e discussione geometrica del problema risultava assolutamente immediata e visibile.

Ovviamente la scuola aveva mancato di sviluppare gli strumenti della intuizione geometrica e l'abitudine alla creazione della soluzione ed alla ricerca induttiva, anche in cervelli del resto ben dotati ed in fantasie ben sviluppate.

È questo un aspetto che, a mio parere, dovrebbe essere preso in considerazione nella concezione dei corsi di orientamento, anche se la realizzazione pratica di queste idee rischia di essere veramente difficile, proprio per la fluidità dell'argomento e per la difficoltà di dare delle regole generali per la formazione delle persone in questa direzione.

\* \* \*

7. Sulla base di quanto è stato detto fin qui, si potrebbe pensare anche in modo approssimativo ad un progetto di corso di orientamento per studenti di Matematica e ad una valutazione dei mezzi che si potrebbero utilizzare per la soluzione di questi problemi.

Vorrei pensare a tre ordini di problemi, i quali possono essere imposti in maniere differenti e possono dar luogo alla utilizzazione di vari mezzi per la loro soluzione. Penso infatti che anche nella Università sia giunto il momento di utilizzare le nuove tecniche di insegnamento, per quanto hanno di positivo e di liberatorio nei riguardi del professore. Come ho accennato poco fa, quando dico liberatorio intendo ricordare che oggi, a mio parere, la scuola, soprattutto quella universitaria, dovrebbe poter essere liberata il più possibile dall'impegno della informazione, che può essere data con molte altre tecniche, e dovrebbe invece poter occuparsi molto di più della formazione.

Intendo dire inoltre che la formazione critica data nella Università dovrebbe effettivamente servire alla liberazione dell'uomo, soprattutto col dargli la capacità di scegliere tra la colluvie di informazioni che gli giungono, non sempre disinteressate, quella che gli serve veramente per la sua crescita umana.

Tutto questo lavoro al servizio della libertà potrà effettivamente essere svolto dai maestri a tutti i livelli, se essi saranno liberati dai compiti più gravosi e meccanici del servizio della sola informazione o — peggio — dell'addestramento puro e semplice all'uso di certi linguaggi.

Pertanto si potrebbe pensare seriamente a corsi di orientamento e di introduzione agli studi universitari di Matematica che, a proposito della prima delle lacune che sono state ricordate, quella che riguarda la mancanza di capacità di esprimersi con le leggi del linguaggio matematico, faccia uso metodico delle « macchine per insegnare », o di altri mezzi, come per esempio l'istruzione programmata. A mio parere infatti si tratta in questo caso della tipica occasione in cui, più che di istruzione, si potrebbe parlare di addestramento.

Ritengo che non si possa imporre un corso cosiffatto a tutti, perché i migliori ed i più provveduti rischiano di annoiarsi e di perdere fiducia nella scuola, mentre invece coloro che non hanno l'addestramento sufficiente potrebbero benissimo aver bisogno di altre ripetizioni. L'ideale della soluzione in questo caso consisterebbe, a mio parere, nella possibilità di mettere a disposizione degli studenti un gran numero di « macchine per insegnare », che potrebbero essere utilizzate dai singoli nella misura in cui ciascuno sente la necessità di acquisire sicurezza nella manovra dell'algoritmo matematico.

Poiché tutto ciò è evidentemente molto difficile da ottenersi, credo che come ripiego si possa pensare ai libri di esercizi ben fatti e ben graduati, che possano al limite giungere fino al tipo di istruzione programmata, diretti sostanzialmente all'apprendimento dell'esercizio necessario.

\* \* \*

8. Come abbiamo visto, le cose trattate fin qui riguardano la prima classe delle grandi lacune che noi possiamo riscontrare nei nostri allievi; vi sono altri tipi di lacune delle quali diremo subito e che possono probabilmente essere colmate con altri mezzi, diversi da quelli nominati finora.

Il secondo tipo di lacune delle quali abbiamo parlato potrebbe essere descritto, in modo molto approssimativo, dicendo che gli scolari che si affacciano al livello universitario hanno spesso un'idea ben scarsa e deformata di ciò che è il pensiero matematico. È, questa, una lacuna che è presente anche in molti uomini colti e che dà luogo a varie difficoltà e comunque impedisce all'educazione ed alla formazione matematica di fare il suo effetto completo sui soggetti. Per dare un'idea un poco più precisa di ciò che vorremmo dire, potremmo riferirci ad un

esempio concreto: vorremmo ricordare quanti siano ancora oggi coloro che considerano i vari corsi del corso di laurea in Matematica come specificati dai loro contenuti, e non invece specificati piuttosto dai loro metodi e dalla mentalità dei loro cultori.

Sperando di non essere frainteso, vorrei esprimere il mio desiderio che la Geometria sia considerata come un modo per « fare la Matematica » piuttosto che come una scienza che studia « le figure », o « lo spazio », o chissà quale altro oggetto. È chiaro infatti che se si considera la Geometria come specificata dal suo oggetto, allora potrebbe avere ragione la critica di Bourbaki, che afferma che la Geometria non esiste più. Vorrei essere ancora più radicale e ripetere qui ciò che ho scritto altrove, che cioè la Geometria è morta nel momento in cui sono nate le Geometrie: le « Geometrie-non », la Geometria con varie classificazioni ecc. La nascita delle varie Geometrie ha dato ai matematici la consapevolezza del fatto che la Geometria è soltanto un sistema formale (ipotetico-deduttivo, si diceva una volta) che si presta ad essere « riempito » abbastanza bene da certe esperienze elementari della fisica dei corpi rigidi. Ma una volta accettata la morte della Geometria come branca a sé della Matematica, specificata, come dicevo, da un certo oggetto, resta sempre il fatto che la Geometria può essere considerata come un linguaggio, come un insieme di suggestioni, come uno strumento atto a ricercare e ad esprimere le soluzioni dei problemi matematici. In questo senso Bourbaki accetta, con molta sufficienza, la sopravvivenza del linguaggio geometrico; ma vorrei poter dire che l'importanza sempre maggiore oggi giustamente attribuita al linguaggio, la unità difficilmente scindibile tra il contenuto ed il mezzo espressivo, tra il simbolo e la realtà simbolizzata, porta a confortare le tesi di cui si diceva: la Matematica si costruisce anche con la fantasia e con l'intuizione spaziale, e il linguaggio geometrico risulta in questo senso qualche cosa di più di una semplice congerie di comode convenzioni per esprimersi. Pertanto, a mio parere, l'esistenza di corsi di Geometria nel curriculum universitario degli studenti è giustificata dalla necessità di dare loro una formazione completa, che presenti loro tutti i modi per fare la Matematica, tra i quali ciascuno può scegliere quello che preferisce secondo il proprio temperamento, ma che debbono essere tenuti tutti presenti per l'efficacia dell'insegnamento. La stessa cosa potrebbe essere ripetuta per l'insegnamento della Meccanica razionale, che oggi è la grande « contestata » tra le materie del biennio. È chiaro infatti che l'esistenza di vari modi per presentare il tipo di ragionamento matematico è una circostanza essenziale per la formazione di una mentalità scientifica equilibrata. Purtroppo, queste argomentazioni sono spesso contestate anche dai cultori di certe materie scientifiche, i quali sono condotti da una specie di patriottismo di materia a vedere soltanto la problematica più vicina; abbiamo infatti sentito troppo spesso delle persone anche scientificamente aggiornate e valide parlare di matematica « che serve » e matematica che « non serve ».

Invece io ritengo che la presentazione alle giovani matricole o future matricole di questo panorama svariato di mentalità matematiche e di metodologie sia quanto mai utile, ai fini della loro formazione scientifica ed umana. Oggi, infatti, assistiamo sempre più frequentemente allo spettacolo di giovani che scelgono il curriculum universitario in base alla sola domanda « a che serve? ». Se si lasciasse fare a certe guide della contestazione, tutti i corsi propedeutici dovrebbero essere cancellati, perché essi servono soltanto a capire i corsi successivi, ed i corsi monografici dovrebbero essere cancellati perché inutili. Alla fine la laurea si ridurrebbe forse ad un corso di programmazione e di Matematica applicata; ma i giovani ritornerebbero presto da noi a protestare perché non abbiamo loro insegnato nulla.

Ritengo quindi che sia molto utile poter presentare ai giovani, con dibattiti e con la presenza di tutte le voci che parlano in un corso di laurea, la struttura di questo, perché essi possano farsi un'idea di ciò che affronteranno, della inserzione logica dei vari corsi nel « curriculum », e della motivazione remota e profonda di ciò che dovranno apprendere e di come questo sarà loro presentato.

Penso che questo scopo potrebbe essere raggiunto, per esempio, con trasmissioni per TV a circuito chiuso, in modo che i vari professori possano discutere con calma tra loro davanti alla camera, senza essere frastornati dalla presenza di una scolaresca che non è ancora preparata a questo tipo di rapporto con il docente; niente impedisce che i docenti stessi prendano poi parte direttamente ad una successiva discussione, dopo che gli argomenti sono stati formulati per esempio con la tecnica del tipo « tavola-rotonda », magari ripetutamente, e quando la meditazione degli ascoltatori li avrà portati a preparare domande sensate ed a mettere a fuoco i problemi.

Anche in questo caso penso che l'utilizzazione dei mezzi audiovisivi possa portare ad una efficacia molto maggiore di quella che si potrebbe ottenere pensando ad una serie di « conferenze » nelle quali ciascun docente presenta la propria materia da solo, senza confronto dialettico con gli altri e senza che il tempo di « digestione » possa portare i discenti a porre delle domande sensate.

\* \* \*

9. Rimarrebbe infine un ultimo problema da discutere, problema che si rifà alla terza delle lacune che più frequentemente vengono rilevate nelle nostre matricole: quella che abbiamo descritto in modo approssimativo come mancanza di fantasia creatrice, di ricerca di estro, di capacità di uscire dalle strade ordinarie e battute e di « inventare ».

Si tratta ovviamente di una questione che ha strette attinenze con quella che è stata trattata poco fa, perché la lacuna qui rilevata può anche essere fatta risalire alla falsa immagine della Matematica che le matricole hanno tratto dalle scuole secondarie.

Ciò è dovuto in larga parte alla necessità di conferire in poco tempo uno strumentario complicato, ed alla mentalità degli scolari, che a volte sono un poco restii ad ogni discorso che si possa pensare come « culturale », discorso che è particolarmente difficile da farsi nel caso della Matematica. L'argomento di questo terzo tipo di presentazione e di preparazione mal si potrebbe enunciare con poche parole, perché è molto più sfumato dei due precedenti. Ma io vedo quanto mai utile una preparazione che in forma molto generica si potrebbe dire « psicologica »; questa potrebbe interessare anche dei « tests » psicologici (qualora ne esistano di attendibili) che informino l'allievo sulle sue predisposizioni alla Matematica (quella vera), e altri strumenti di prova, che possano saggiare la capacità inventiva e la fantasia delle persone.

Ho fatto poco fa un enunciato restrittivo, ho detto cioè che occorrerebbe fare dei « tests » psicologici, se mai ne esistano. Pare infatti che questo argomento, per quanto largamente trattato ed affrontato baldanzosamente, sia ben lungi dall'essere esaurito. Forse aveva ragione quell'Autore del quale mi rincresce di avere dimenticato il nome, il quale scriveva che la Matematica consiste sostanzialmente nel sapere « cifrare e decifrare »; ciò si accorda con quanto è stato scritto poco fa a proposito della caratteristica della Matematica di essere un linguaggio artificiale, con leggi sue proprie. Ora è chiaro a tutti, anche da una osservazione psicologica fatta con un poco di attenzione, ma senza bisogno di grandi strumenti concettuali, che l'abilità di « cifrare e decifrare » non è da tutti. Non si intende con questo di dire (lo ripetiamo) che questa abilità sia un segno indubbio di intelligenza; una tale convinzione sarebbe a sua volta un segno di poca intelligenza. Ma si intende osservare che esistono delle menti per le quali queste operazioni sono particolarmente difficili, e quindi delle menti che si trovano spaesate in modo particolare nell'aria rarefatta della Matematica.

Tuttavia sono convinto che anche questa attitudine, per quanto importante, sia soltanto una parte e non la più essenziale, di ciò che si dovrebbe analizzare. Occorrerebbe invece poter saggiare la capacità di sapersela cavare senza ricette precostituite, di sapere inventare all'occorrenza dei simboli nuovi, di saper strutturare, anche in modo rudimentale, un tipo di simbolismo con le sue proprie leggi, anche se adattato ad un singolo problema.

Per tentare di spiegare meglio ciò che intendo dire, vorrei ricordare che dappertutto in epoca recente sono state fatte e si fanno delle gare matematiche. Queste in linea di principio sarebbero indirizzate a giovani di ogni livello culturale, perché dovrebbero essere delle prove di attitudini piuttosto che di cultura; quindi a queste gare dovrebbe potere iscriversi il giovane operaio come lo studente di liceo scientifico, ed avere le stesse probabilità di successo; esse infatti dovrebbero poter presentare dei problemi in un linguaggio tale e ad un tale livello di astrazione, che la differenza di cultura e di lessico non dovrebbe dare svantaggio o vantaggio.

Chi ha provato a costruire dei problemi per gare cosiffatte sa bene quale sia la difficoltà, perché occorre spogliarsi da tutto ciò che si sa per arrivare a porre le domande essenziali. Ma nel caso della introduzione alla scuola universitaria il problema dovrebbe essere abbastanza più facile, perché si tratta con persone che hanno, o dovrebbero avere, una certa uniformità di fondamenti di cultura ed una certa quantità di linguaggio comune.

Ritengo utilissimo che nello stadio di introduzione alla vita universitaria le matricole siano anche poste di fronte a prove di questo genere. Anzi, da un certo punto di vista, riterrei che esse siano le più importanti, per varie ragioni. Infatti il possesso della materialità della sintassi matematica si può acquisire anche con procedura automatica o quasi; la nozione abbastanza esatta di ciò che sia la Matematica nella visione moderna del termine può essere acquisita con un'opera di sintesi, sebbene rimandata nel tempo e non sempre facile ed accessibile a tutti. Ma forse la parte più interessante dell'incontro con le matricole e dell'orientamento sulla vita universitaria è quella che porta a valutare le proprie attitudini e le proprie possibilità ed a scoprire col massimo di chiarezza possibile la propria vocazione.

Naturalmente so di porre dei problemi gravissimi, che per essere risolti richiederanno la collaborazione di matematici e psicologi; ma la difficoltà del problema non è una ragione per escluderlo, dato che si tratta, come ho detto, di un problema importante.

Piuttosto vorrei ricordare, a questo proposito, un'altra difficoltà che si pone a livello di questi incontri, difficoltà che cresce dal primo all'ultimo dei problemi. Si tratta della difficoltà di giudicare in una materia così fluida, come possono essere le attitudini o la fantasia. Effettivamente, la proposta di nuovi tipi di rapporti tra studenti e professori pone il grave problema del giudizio, anche se solo orientativo, che si deve dare. Per fare un esempio, vorrei dire che la introduzione della cosiddetta « Matematica moderna » nella scuola media e forse elementare, con gli algoritmi dell'algebra di Boole dei sottoinsiemi di un insieme e di altre cose, incontra varie difficoltà, delle quali le più gravi mi sembrano essere le due seguenti: anzitutto la difficoltà di calare nella realtà queste belle cose, di rendere questi schemi concettuali aderenti alla vita, così che il ragazzo trovi che questi strumenti formali gli danno una presa sulla realtà maggiore dei precedenti. Si tratta infatti, a ben guardare, della realtà dei giudizi elementari quotidiani, delle operazioni elementari che facciamo sugli insiemi, delle operazioni di generalizzazione che sono inevitabili in ogni conoscenza razionale, anche a livello infrascientifico.

La seconda delle difficoltà è quella di instaurare nuovi moduli di giudizio su queste materie nuove. E questa è forse la difficoltà più grave, che debbono affrontare coloro i quali hanno deciso di presentare ai propri scolari quella che viene abitualmente chiamata (a torto, a mio parere) « Matematica moderna ».

Tutto ciò che abbiamo presentato fin qui vorrebbe essere una pre-

sentazione parziale della problematica che oggi si presenta alla classe insegnante, a proposito della inserzione dei giovani nella scuola di livello universitario. E' chiaro che problemi forse analoghi potrebbero essere individuati a proposito del passaggio dei giovani dalla scuola di un ordine a quella dell'ordine superiore. Pertanto la ricerca di soluzioni in uno di questi casi, e precisamente in quello del quale ci siamo interessati ora, potrebbe forse essere utile anche agli altri livelli di scuola.